

Exponentielles Wachstum, exponentieller Zerfall

Wachstums(Zerfalls-)funktionen der Gestalt $y(t) = y_0 a^t$

■ 1)

Eine Tierpopulation wächst exponentiell. In 3 Jahren hat sich der Bestand um 83% vergrößert. Ursprünglich waren 2000 Tiere vorhanden.

- Wachstumsfunktion $N_t = \dots$
- Zuwachsrate
- Verdopplungszeit
- Nach wie viel Jahren wird die Populationsgröße 10 000 überschritten?

Ergebnis: $N_t = 2000 \cdot 1.22316^t$ / 22.32% / 3.44J / 7.99J

■ 2)

Ein Gummiball erreicht nach dem 7. Aufsprung eine Höhe von 1.2m und nach dem 12. Aufsprung nur noch 82cm.

- Aus welcher Höhe wurde der Ball fallen gelassen? ($h_0 = ?$)
- Zerfallsfunktion der Höhe $h_n = \dots$
- Wie viel % an Höhe verliert der Ball von Aufsprung zu Aufsprung?
- Wie viel % an Höhe verliert der Ball bei 3 Aufsprungen? (vgl. c))
- Der Ball bleibt (scheinbar) liegen, wenn die Aufsprunghöhe nur mehr 1mm ausmacht. Wie oft ist er aufgesprungen?

Ergebnis: 2.045m / $h_n = 2.045 \cdot 0.927^n$ / 7.33% / 20.42% / 100x

■ 3)

Bis zum Grund eines Sees werden 92% der auftreffenden Lichtintensität verschluckt. Pro m wird die Intensität um jeweils 5% gedämpft.

- Zerfallsfunktion der Intensität
- Wie tief ist der See? Warum kann man nicht einfach 92/5 m rechnen?
- wie groß ist die Dämpfung die ersten 10m?
- Halbwertstiefe

Ergebnis: $I_x = 100 \cdot 0.95^x$ / 49.24m / 40.13% / 13.51m

■ 4)

Der Luftdruck nimmt mit der Höhe exponentiell ab. Er sinkt alle 5.5km auf die Hälfte. Auf Meeresebene gilt (durchschnittlich) $p_0 = 1013$ mbar.

- Zerfallsfunktion, wobei die Höhe h in km angegeben wird
- Um wie viel % würde der Luftdruck pro m sinken?
- um wie viel % sinkt der Luftdruck, wenn ein Bergsteiger von einer Schutzhütte in 1520m Seehöhe aus den Großglockner (3798m) erklimmt?
- Umkehrfunktion: Finde eine Formel für die Seehöhe h , wenn der Luftdruck p_h gemessen wird.

Ergebnis: $p_h = 1013 \cdot 0.881591^h$ / 0.126% / 20.61% / $h = \frac{\lg \frac{p}{1013}}{\lg 0.881591}$

■ 5)

Ein Kapital vermehrt sich exponentiell (Zinseszinsen).

- Welchen Zinssatz (=Zuwachsrate in %) müßte man anwenden, damit es sich in 20 Jahren verdoppelt?
- Wachstumsgleichung $K_n = \dots$
- In welcher Zeit machen die Zinsen 50% der Einlage aus?

Ergebnis: 3.53% / $K_n = 100 \cdot 1.03526^n$ / 11.70J

■ 6)

Das Volumen eines Holzbestandes beträgt nach 3 Jahren $20\,000 \text{ m}^3$. Die nächsten 4 Jahre beträgt der Zuwachs 1200 m^3 .

- Wachstumsfunktion $V_t = \dots$
- Zuwachsrate
- Verdopplungszeit

Ergebnis: $V_t = 19144.8 \cdot 1.01467^t$ / 1.47% / 47.59J